L1 Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Muodosta kanta avaruuksille row(A), col(A) ja null(A).

L2 Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Muodosta kanta avaruuksille row(A), col(A) ja null(A).

L3 Todista, että origon kautta kulkeva suora on $\mathbb{R}^3$:n aliavaruus.

L4 Olkoon A matriisi kokoa 4×2.

(a) Selitä, miksi A:n rivit ovat välttämättä lineaarisesti riippuvat.

(b) Mitkä ovat A:n nulliteetin mahdolliset arvot?

L5 Olkoon $S \subset \mathbb{R}^2$ niiden vektorien $[x \quad y]^T \in \mathbb{R}^2$ kokoelma, jotka toteuttavat

(a) $x = 0$, (b) $xy \geq 0$, (c) $y = 2x$, (d) $x \geq 0, y \geq 0$.

Tee kussakin tapauksessa (a)–(d) toinen seuraavista:

- todista, että S on $\mathbb{R}^2$:n aliavaruus, tai
- osoita vastaesimerkillä, että S ei ole $\mathbb{R}^2$:n aliavaruus.

L6 Muodostavatko vektorit

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

avaruuden $\mathbb{R}^4$ kannan?

M7 Osoita, että $w \in \text{span}(\mathcal{B})$, kun

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}, \qquad w = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Mitkä ovat vektorin w koordinaatit kannassa $\mathcal{B}$?

M8 Osoita, että jos matriisin A sarakkeet ovat lineaarisesti riippumattomat, niin ne muodostavat kannan avaruudelle col(A).