5.5.1 Energia ja teho

Määritelmiä:

- jaksollisille funktioille: jakson **keskimääräinen teho** on

$$P = \frac{1}{T} \int_{d}^{d+T} f(t)^2 \, dt = \ldots \quad \text{(Parseval)}$$

- jaksottomille funktioille: (keskimääräinen) **teho** on

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)^2 \, dt \qquad (5.45)$$

- signaaliin $f(t)$ liittyvä kokonais**energia** on

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 \, dt \qquad (5.42)$$

"Note that for signals that satisfy the Dirichlet conditions (Theorem 5.1) the integral in (5.42) exists and, since in (5.45) we divide by the signal duration, it follows that such signals have zero power associated with them."

Huomataan, että

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, f(t)\, dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, d\omega \right] dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, F(\mathrm{j}\omega)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, d\omega \right] dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, F(\mathrm{j}\omega)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, dt \right] d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega) \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, dt \right] d\omega,$$

missä

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \left[\cos(\omega t) + \mathrm{j}\sin(\omega t) \right] dt$$

$$= F(\mathrm{j}(-\omega)) = F^{*}(\mathrm{j}\omega)$$

Siis

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega) F^*(\mathrm{j}\omega)\, d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\mathrm{j}\omega)|^2 d\omega$$

ja

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\mathrm{j}\omega)|^2 d\omega \qquad (5.44)$$

"For this reason, $|F(\mathrm{j}\omega)|^2$ is called the **energy spectral density**, and a plot of $|F(\mathrm{j}\omega)|^2$ versus ω is called the **energy spectrum** of the signal $f(t)$. The result (5.44) is called the **Parseval's theorem**"

- saatiin "energiatiheys"-funktio taajuusalueelle

- vrt. "todennäköisyystiheys" (**probability density)** tai "massan tiheys" -funktiot

Dirichlet'n ehdot (Theorem 5.1) toteuttavilla signaaleilla siis kokonaisenergia (5.42) on suppeneva (ja äärellinen) ja keskimääräinen teho (5.45) on nolla. Ne ovat ns. **energiasignaaleja**. Signaalit, joilla kokonaisenergia ei suppene kohti äärellistä arvoa tai on rajoittamaton, mutta teho on äärellinen, ovat ns. **tehosignaaleja**.

Onko tehosignaaleilla Fourier-muunnosta? Kenties jonkin muun kuin määritelmän (5.13) mukaisena? Kuitenkin niin, että käänteismuunnoskaava (5.14) pätee sille?

Joillakin ON: ns. **yleistetty** Fourier-muunnos