5.2.1 Fourier'n integraaliesitys

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(\tau) e^{-jn\omega_0 \tau} \, d\tau \right] e^{jn\omega_0 t}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} g(\tau) e^{-j\omega_n \tau} \, d\tau \right] e^{j\omega_n t} \frac{2\pi}{T}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} g(\tau) e^{-j\omega_n \tau} \, d\tau \right] e^{j\omega_n t} \Delta\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(j\omega_n) \, e^{j\omega_n t} \Delta\omega \qquad (5.7)$$

Kun nyt $T \to \infty$, $g(t) \to f(t)$, $\Delta\omega \to 0$, niin näyttää siltä kuin päädyttäisiin yhtälöön

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega) \, e^{j\omega t} \, d\omega$$

Tässä ei kuitenkaan vielä ole otettu huomioon sitä, että funktio

$$G(\mathrm{j}\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} g(\tau) e^{-\mathrm{j}\omega\tau}\, d\tau$$

muuttuu rajaprosessissa funktioksi

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-\mathrm{j}\omega\tau}\, d\tau \overset{\text{merk.}}{=} F(\mathrm{j}\omega)$$

Rajaprosessin tuloksena saadaan lopulta yhtälö

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-\mathrm{j}\omega\tau}\, d\tau \right] e^{\mathrm{j}\omega t} d\omega \quad (5.8)$$

ja ns. Fourier’n integraaliesitys funktiolle $f(t)$.