

5.2.3 Jatkuvat Fourier-spektrit

"... Fourier transforms are generally complex-valued functions of the real frequency variable ω ... $F(j\omega)$ is also known as the **(complex) frequency spectrum** of $f(t)$. Writing $F(j\omega)$ in the exponential form

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j \arg F(j\omega)}$$

plots of $|F(j\omega)|$ and $\arg F(j\omega)$, which are both real-valued functions of ω , are called the amplitude and phase spectra respectively of the signal $f(t)$. These two spectra represent the **frequency-domain portrait** of the signal $f(t)$."

Suomeksi: Puhutaan funktion (signaalin) aikamuuttujaesityksestä (muuttujana t) ja taajuusmuuttujaesityksestä (muuttujana ω).

Siis $f(t)$ ja $F(j\omega)$ ovat saman signaalin kaksi eri esitystapaa, kuvia (portrait) eri suunnista.

(Ks. myös 5.2.1: "Consequently ... Fourier series ... providing an alternative frequency-domain representation of the function to its time-domain waveform.")

(Takaisin 5.2.3:een:) "In contrast to the situation when $f(t)$ was periodic, where ... the amplitude and phase spectra were defined only at discrete values of ω , we

now see that both spectra are defined for all values of the continuous variable ω ."

Suomeksi: Jaksollisella funktiolla on diskreetti taajuusspektri (**discrete frequency spectrum**), jaksottomalla funktiolla jatkuva taajuusspektri (**continuous frequency spectrum**).

"... when the Fourier transform is a purely real-valued function, we can plot all the information on a single frequency spectrum of $F(j\omega)$ versus ω . For the rectangular pulse of Figure 5.6 the resulting graph is shown in Figure 5.10."

Kysymys: Mitä merkitsee, että suorakulmiopulssin (Figure 5.6) spektrissä (Figure 5.10) on osa taajuuksista edustettuna negatiivisesti?

Vastaus: Reaaliseksi surkastuneen kompleksifunktion kohdallakin on merkitystä vain itseisarvolla (amplitudilla) ja/tai vaihekulmalla: luvun $c_n = (a_n - jb_n)/2$ itseisarvo ja vaihekulman antoivat taajuuteen $n\omega$ ja termiin

$$a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = A_n \sin(n\omega t + \phi_n)$$

liittyvät amplitudin $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = 2|c_n|$ ja vaihekulman $\phi_n = \arg(c_n) + \pi/2$, joka on pisteen (b_n, a_n) polaariesityksen kulma.