

Tähän harjoitukseen liittyvä teoria löytyy Hirschin ja Smalen kirjasta (luvut 4§2 ja 4§3). Samat asiat esitetään myös suomenkielisessä luentomateriaalissa, jonka saa kurssin kotisivulta pdf-muodossa.

Olkoon lineaarikuvauksen  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  matriisi standardikannassa

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 15 \\ 1 & 0 & -17 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$

1. Etsi kaksiulotteinen aliavaruus  $F \subset \mathbb{R}^3$ , joka on invariantti kuvaukselle  $T$  (eli  $T(F) \subset F$ ).
2. Valitse  $F$ :lle sellainen kanta  $\{f_1, f_2\}$ , että lineaarikuvaus  $T|_F$  (eli  $T$ :n rajoittuma  $F$ :lle) saa matriisimuodon

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}.$$

3. Ratkaise lineaarinen differentiaaliyhtälösystemi

$$x' = Tx.$$