

1. Laske e^A , kun

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -6 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}.$$

Mitkä ovat e^A :n ominaisarvot?

2. Laske e^A , kun

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \end{bmatrix}.$$

Mitkä ovat e^A :n ominaisarvot?

3. Etsi sellaiset 2×2 -matriisit A ja B , että

$$e^{A+B} \neq e^A e^B.$$

4. Etsi seuraavan differentiaaliyhtälösystemin yleinen ratkaisu:

$$\begin{cases} x_1' = 2x_1 - x_2 \\ x_2' = x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

Määrää se ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdon $x_1(0) = 1, x_2(0) = -2$.

5. Tarkastele yhtälöä $x' = Ax$ alla olevilla matriiseilla A . Onko origo nielu, lähde, satula tai ei mikään näistä?

$$(a) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (c) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (d) \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$