

1. Käytä  $S + N$ -hajotelmaa ja laske  $e^{tA}$ , kun

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Mitkä ovat nilpotentin matriisin ominaisarvot?
3. Tarkista Matlabin avulla, että seuraavat matriisit ovat nilpotentteja, ja etsi niiden nilpotentit kanoniset muodot.

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 0 \\ 8 & 9 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Oletetaan, että matriisin  $A \in L(\mathbb{R}^5)$  ominaisarvot ovat  $1, 1 + i$  ja  $1 - i$ , ja että ominaisarvon  $1 + i$  kertaluku on kaksi. Tällöin  $A$ :n reaalinen kanoninen muoto voidaan kirjoittaa summana  $S + N$ . Mikä on  $S$ ? Mitkä kaksi oleellisesti erilaista muotoa  $N$  voi saada?
5. Etsi funktio  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , joka toteuttaa skalaariyhtälön

$$s''' - s'' + 4s' - 4s = 0$$

alkuarvoilla  $s(0) = 1$ ,  $s'(0) = -1$  ja  $s''(0) = 1$ . Käytä apuna lukua HS 6§6.